Zadatak 121 (Marino i Medax, srednja škola)

Koliko je x + y ako vrijedi: $\begin{cases} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{cases}$?

$A.\ 1 \qquad B.\ 2 \qquad C.\ 3 \qquad D.\ 4 \qquad E.\ 5$

Rješenje 121

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \ge 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \ge 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

Postoje četiri slučaja!

Prvi slučaj

$$\left.\begin{matrix} x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + x + y = 5 \\ x + y - y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2 \cdot x + y = 5 \\ x + y - y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} 2 \cdot x + y = 5 \\ x = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2 \cdot 10 + y = 5 \\ x = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 20 + y = 5 \\ x = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} y = 5 - 20 \\ x = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y = -15 \\ x = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{nema rješenja zbog} \\ y \ge 0 \end{bmatrix}.$$

Drugi slučaj

$$\left.\begin{matrix} x \ge 0 \\ y < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + x + y = 5 \\ x - y - y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2 \cdot x + y = 5 \\ x - 2 \cdot y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} 2 \cdot x + y = 5 \ / \cdot 2 \\ x - 2 \cdot y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4 \cdot 10 + 2 \cdot y = 10 \\ x - 2 \cdot y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 5 \cdot x = 20 \Rightarrow 5 \cdot x = 20 \ /:5 \Rightarrow x = 4.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{matrix} 2 \cdot x + y = 5 \\ x = 4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{bmatrix} \Rightarrow 2 \cdot 4 + y = 5 \Rightarrow 8 + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 8 \Rightarrow y = -3.$$

Dakle, rješenje je

$$(x,\ y) = (4,\ -3)$$

pa je

$$x + y = 4 + (-3) = 1.$$

Odgovor je pod A

Treća slučaj

$$\left.\begin{matrix} x < 0 \\ y \ge 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -x + x + y = 5 \\ x + y - y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -x + x + y = 5 \\ x + y - y = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} y = 5 \\ x = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{nema rješenja zbog} \\ x < 0 \end{bmatrix}.$$

Četvrti slučaj

$$\left.\begin{array}{l} x<0 \\ y<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |x|+x+y=5 \\ x+|y|-y=10 \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x+x+y=5 \\ x-y-y=10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x+x+y=5 \\ x-2\cdot y=10 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=5 \\ x-2\cdot y=10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{nema rješenja zbog} \\ y<0 \end{array}\right].$$

Vježba 121

Koliko je x + y ako vrijedi: $\begin{cases} |x|+x+y-5=0 \\ x+|y|-y-10=0 \end{cases}$?

$A.\ 1 \qquad B.\ 2 \qquad C.\ 3 \qquad D.\ 4 \qquad E.\ 5$

Rezultat: A.

Zadatak 122 (Tomislav, srednja škola)

Ako je $a+b=5,\ b+c=7,\ c+a=6,$ koliko je $a\cdot b\cdot c$?

Rješenje 122

Ponovimo!

$$\left.\begin{array}{l} a=b \\ c=d \end{array}\right\} \Rightarrow a+c=b+d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} a+b=5 \\ b+c=7 \\ c+a=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b=5 \\ b=7-c \\ a=6-c \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array}\right] \Rightarrow (6-c)+(7-c)=5 \Rightarrow 6-c+7-c=5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -c-c=5-6-7 \Rightarrow -2\cdot c=-8 \Rightarrow -2\cdot c=-8 \ /:(-2) \Rightarrow c=4.$$

Računamo a i b.

$$\left.\begin{array}{l} a=6-c \\ b=7-c \end{array}\right\} \Rightarrow [c=4] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=6-4 \\ b=7-4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=2 \\ b=3 \end{array}\right\}.$$

Konačno je

$$a\cdot b\cdot c=2\cdot 3\cdot 4 \Rightarrow a\cdot b\cdot c=24.$$

2.inačica

$$\left.\begin{array}{l} a+b=5 \\ b+c=7 \\ c+a=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow a+b+b+c+c+a=5+7+6 \Rightarrow 2\cdot a+2\cdot b+2\cdot c=18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot(a+b+c)=18 \Rightarrow 2\cdot(a+b+c)=18 \ /:2 \Rightarrow a+b+c=9.$$

Računamo a.

$$\left.\begin{array}{l} b+c=7 \\ a+b+c=9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b+c=7 \\ a+(b+c)=9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array}\right] \Rightarrow a+7=9 \Rightarrow a=9-7 \Rightarrow a=2.$$

Računamo b i c.

$$\left.\begin{array}{l} a+b=5 \\ c+a=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=5-a \\ c=6-a \end{array}\right\} \Rightarrow [a=2] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=5-2 \\ c=6-2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=3 \\ c=4 \end{array}\right\}.$$

Konačno je

$$a\cdot b\cdot c=2\cdot 3\cdot 4 \Rightarrow a\cdot b\cdot c=24.$$

Vježba 122

Ako je $a+b=3,\ b+c=5,\ c+a=4,$ koliko je $a\cdot b\cdot c$?

Rezultat: 6.

Zadatak 123 (Valentina, gimnazija)

Ako je $2\cdot x^2+5\cdot y^2+z^2-4\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y+1=0,$ koliko je $x+y+z$?

Rješenje 123

Ponovimo!

$$(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n \quad , \quad a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2 \quad , \quad a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2.$$

$$a^2+b^2=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} a=0 \\ b=0 \end{matrix}\right\}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Preoblikujemo zadanu jednadžbu.

$$2\cdot x^2+5\cdot y^2+z^2-4\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y+1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-4\cdot x\cdot y+4\cdot y^2+x^2+2\cdot x\cdot z+z^2+y^2+2\cdot y+1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x^2-4\cdot x\cdot y+4\cdot y^2\right)+\left(x^2+2\cdot x\cdot z+z^2\right)+\left(y^2+2\cdot y+1\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-2\cdot y)^2+(x+z)^2+(y+1)^2=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x-2\cdot y=0 \\ x+z=0 \\ y+1=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=2\cdot y \\ x=-z \\ y=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=2\cdot(-1) \\ x=-z \\ y=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x=-2 \\ x=-z \\ y=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=-2 \\ z=-x \\ y=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=-2 \\ z=-(-2) \\ y=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=-2 \\ z=2 \\ y=-1 \end{matrix}\right\}.$$

Sada je:

$$x+y+z=-2-1+2 \Rightarrow x+y+z=-2-1+2 \Rightarrow x+y+z=-1.$$

Vježba 123

Ako je $2\cdot x^2+5\cdot y^2+z^2-4\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y-8=0,$ koliko je $x+y+z$?

Rezultat: 3.

Zadatak 124 (Vegy, gimnazija)

Neka je $x^2=1+x.$ Ako je $x^{10}=a+b\cdot x,$ onda je $a+b$ jednako:

$A.\ 85 \qquad B.\ 86 \qquad C.\ 87 \qquad D.\ 88 \qquad E.\ 89$

Rješenje 124

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m} \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

$$\left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad a^1=a \quad , \quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n} \quad , \quad \left.\begin{matrix} a=b \\ c=d \end{matrix}\right\} \Rightarrow a-c=b-d \quad , \quad \frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}.$$

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Nađemo prvo rješenja kvadratne jednadžbe.

$$x^2=1+x \Rightarrow x^2-x-1=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x^2-x-1=0 \\ a=1\ ,\ b=-1\ ,\ c=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} a=1\ ,\ b=-1\ ,\ c=-1 \\ x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-1)}}{2\cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{matrix}\right\}.$$

Uvrstimo vrijednosti x_1 i x_2 u drugu jednadžbu

$$x^{10}=a+b\cdot x.$$

- $$\left.\begin{matrix} x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x^{10}=a+b\cdot x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{10}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2\right)^5=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{1+2\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2}{4}\right)^5=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1+2\cdot\sqrt{5}+5}{4}\right)^5=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{6+2\cdot\sqrt{5}}{4}\right)^5=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}\right)^5=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)}{4}\right)^5=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^5=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^1=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2\right)^2 \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9+6\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2}{4}\right)^2 \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9+6\cdot\sqrt{5}+5}{4}\right)^2 \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{14+6\cdot\sqrt{5}}{4}\right)^2 \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(7+3\cdot\sqrt{5}\right)}{4}\right)^2 \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(7+3\cdot\sqrt{5}\right)}{4}\right)^2 \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{7+3\cdot\sqrt{5}}{2}\right)^2 \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{49+2\cdot7\cdot3\cdot\sqrt{5}+\left(3\cdot\sqrt{5}\right)^2}{4} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{49+42\cdot\sqrt{5}+3^2\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2}{4} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{49+42\cdot\sqrt{5}+9\cdot5}{4} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{49+42\cdot\sqrt{5}+45}{4} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{94+42\cdot\sqrt{5}}{4} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{2\cdot\left(47+21\cdot\sqrt{5}\right)}{4} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot\left(47+21\cdot\sqrt{5}\right)}{4} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{47+21\cdot\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{2} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left(47+21\cdot\sqrt{5}\right)\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)}{4} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{141+47\cdot\sqrt{5}+63\cdot\sqrt{5}+21\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2}{4} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{141+47\cdot\sqrt{5}+63\cdot\sqrt{5}+21\cdot5}{4} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{141+47\cdot\sqrt{5}+63\cdot\sqrt{5}+105}{4} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{246+110\cdot\sqrt{5}}{4} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{2\cdot\left(123+55\cdot\sqrt{5}\right)}{4} = a + b \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot\left(123+55\cdot\sqrt{5}\right)}{4}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{123+55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

- $$\left.\begin{array}{l} x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x^{10}=a+b\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{10}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{2}\right)^{5}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{1-2\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^{2}}{4}\right)^{5}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1-2\cdot\sqrt{5}+5}{4}\right)^{5}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{6-2\cdot\sqrt{5}}{4}\right)^{5}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}{4}\right)^{5}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}{4}\right)^{5}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{5}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{4}\cdot\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{1}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^{2}\right)^{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9-6\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^{2}}{4}\right)^{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9-6\cdot\sqrt{5}+5}{4}\right)^{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{14-6\cdot\sqrt{5}}{4}\right)^{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(7-3\cdot\sqrt{5}\right)}{4}\right)^{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\cdot\left(7-3\cdot\sqrt{5}\right)}{4}\right)^{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{7-3\cdot\sqrt{5}}{2}\right)^{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{49-2\cdot7\cdot3\cdot\sqrt{5}+\left(3\cdot\sqrt{5}\right)^{2}}{4}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{49-42\cdot\sqrt{5}+3^2\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2}{4}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{49-42\cdot\sqrt{5}+9\cdot 5}{4}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{49-42\cdot\sqrt{5}+45}{4}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{94-42\cdot\sqrt{5}}{4}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{2\cdot\left(47-21\cdot\sqrt{5}\right)}{4}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot\left(47-21\cdot\sqrt{5}\right)}{4}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{47-21\cdot\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left(47-21\cdot\sqrt{5}\right)\cdot\left(3-\sqrt{5}\right)}{4}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{141-47\cdot\sqrt{5}-63\cdot\sqrt{5}+21\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2}{4}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{141-47\cdot\sqrt{5}-63\cdot\sqrt{5}+21\cdot 5}{4}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{141-47\cdot\sqrt{5}-63\cdot\sqrt{5}+105}{4}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{246-110\cdot\sqrt{5}}{4}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{2\cdot\left(123-55\cdot\sqrt{5}\right)}{4}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot\left(123-55\cdot\sqrt{5}\right)}{4}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{123-55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{123}{2}-\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

Dobili smo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\ \frac{123}{2}-\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{od prve jednadžbe}\\ \text{oduzmemo drugu}\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}-\left(\frac{123}{2}-\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}\right)=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}-\left(a+b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}-\frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}-a-b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}-\frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}-a-b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}-b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}-b\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{2} \;/\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 55\cdot\sqrt{5}+55\cdot\sqrt{5}=b\cdot\left(1+\sqrt{5}\right)-b\cdot\left(1-\sqrt{5}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 110\cdot\sqrt{5}=b+b\cdot\sqrt{5}-b+b\cdot\sqrt{5} \Rightarrow 110\cdot\sqrt{5}=b+b\cdot\sqrt{5}-b+b\cdot\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 110\cdot\sqrt{5}=b+b\cdot\sqrt{5}-b+b\cdot\sqrt{5} \Rightarrow 110\cdot\sqrt{5}=b\cdot\sqrt{5}+b\cdot\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 110\cdot\sqrt{5}=2\cdot b\cdot\sqrt{5} \Rightarrow 2\cdot b\cdot\sqrt{5}=110\cdot\sqrt{5} \Rightarrow 2\cdot b\cdot\sqrt{5}=110\cdot\sqrt{5}\ /\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{5}} \Rightarrow b=55.$$

Računamo nepoznanicu a.

$$\left.\begin{matrix} b=55 \\ \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+b\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+55\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+\frac{55}{1}\cdot\frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=a+\frac{55+55\cdot\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+\frac{55+55\cdot\sqrt{5}}{2}=\frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2} \Rightarrow a+\frac{55}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=\frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+\frac{55}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2}=\frac{123}{2}+\frac{55\cdot\sqrt{5}}{2} \Rightarrow a+\frac{55}{2}=\frac{123}{2} \Rightarrow a=\frac{123}{2}-\frac{55}{2} \Rightarrow a=\frac{123-55}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=\frac{68}{2} \Rightarrow a=\frac{68}{2} \Rightarrow a=34.$$

Rješenje zadatka glasi:

$$a+b=34+55 \Rightarrow a+b=89.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 124

Neka je $x^2=1+x$. Ako je $x^{10}=a+b\cdot x$, onda je $b-a$ jednako:

A. 19 *B.* 20 *C.* 21 *D.* 22 *E.* 23

Rezultat: C.

Zadatak 125 (Karlo, gimnazija)

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} x^2-y\cdot z=y-x \\ y^2-x\cdot z=z-y. \\ z^2-x\cdot y=x-z\end{cases}$

Rješenje 125

Ponovimo!

$$\left.\begin{matrix} a=b \\ c=d\end{matrix}\right\} \Rightarrow a+c=b+d \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad a^2+b^2=0 \Rightarrow a=b=0.$$

$$\left.\begin{matrix} x^2-y\cdot z=y-x \\ y^2-x\cdot z=z-y \\ z^2-x\cdot y=x-z\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix}\text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe}\end{matrix}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-y\cdot z+y^2-x\cdot z+z^2-x\cdot y=y-x+z-y+x-z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - y \cdot z + y^2 - x \cdot z + z^2 - x \cdot y = y - x + z - y + x - z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - y \cdot z + y^2 - x \cdot z + z^2 - x \cdot y = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - x \cdot y - x \cdot z - y \cdot z = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - x \cdot y - x \cdot z - y \cdot z = 0 \; / \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 + 2 \cdot z^2 - 2 \cdot x \cdot y - 2 \cdot x \cdot z - 2 \cdot y \cdot z = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot z + z^2 + y^2 - 2 \cdot y \cdot z + z^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2\right) + \left(x^2 - 2 \cdot x \cdot z + z^2\right) + \left(y^2 - 2 \cdot y \cdot z + z^2\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - y = 0 \\ x - z = 0 \\ y - z = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = y = z.$$

Rješenje sustava je svaka trojka realnih brojeva oblika:

$$(a, a, a) \;,\; a \in R.$$

Vježba 125

Riješi sustav jednadžbi: $\left\{\begin{array}{l} x^2 + x = y \cdot z + y \\ y^2 + y = x \cdot z + z \\ z^2 + z = x \cdot y + x \end{array}\right.$.

Rezultat: $(a, a, a) \;,\; a \in R.$

Zadatak 126 (Katarina, maturantica)

Zeleni čaj pakiran je u kutije od 20 g i 50 g. Kutija od 20 g košta 11.30 kn, a kutija od 50 g košta 25 kn. Veletrgovac je 5200 g čaja platio 2743 kn. Koliko je ukupno kutija čaja kupio?

$A.\ 75 \qquad B.\ 107 \qquad C.\ 170 \qquad D.\ 354$

Rješenje 126

Ponovimo!

Sve jasno!

Neka je x broj kutija od 20 g, a y broj kutija od 50 g. Kutija od 20 g košta 11.30 kn, a kutija od 50 g košta 25 kn.
Veletrgovac je:

- kupio 5200 g čaja pa vrijedi jednadžba

$$20 \cdot x + 50 \cdot y = 5\,200$$

- platio 2743 kn pa vrijedi jednadžba

$$11.30 \cdot x + 25 \cdot y = 2\,743.$$

Dobijemo sustav!

$$\left.\begin{array}{l} 20 \cdot x + 50 \cdot y = 5\,200 \\ 11.30 \cdot x + 25 \cdot y = 2\,743 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 20 \cdot x + 50 \cdot y = 5\,200 \\ 11.30 \cdot x + 25 \cdot y = 2\,743 \; / \cdot (-2) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 20 \cdot x + 50 \cdot y = 5\,200 \\ -22.60 \cdot x - 50 \cdot y = -5\,486 \end{array}\right\} \Rightarrow -2.6 \cdot x = -286 \Rightarrow -2.6 \cdot x = -286 \; / : (-2.6) \Rightarrow x = 110.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{array}{l} x=110 \\ 20\cdot x+50\cdot y=5\,200 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=110 \\ 20\cdot x+50\cdot y=5\,200 \;/:10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=110 \\ 2\cdot x+5\cdot y=520 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot 110+5\cdot y=520 \Rightarrow 220+5\cdot y=520 \Rightarrow 5\cdot y=520-220 \Rightarrow 5\cdot y=300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\cdot y=300 \;/:5 \Rightarrow y=60.$$

Veletrgovac je ukupno kupio 170 kutija čaja.

$$x+y=110+60=170.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 126

Zeleni čaj pakiran je u kutije od 2 dag i 5 dag. Kutija od 2 dag košta 11.30 kn, a kutija od 5 dag košta 25 kn. Veletrgovac je 520 dag čaja platio 2743 kn. Koliko je ukupno kutija čaja kupio?

A. 75 *B.* 107 *C.* 170 *D.* 354

Rezultat: C.

Zadatak 127 (Darko, gimnazija)

Ako je zadan sustav jednadžba $\frac{x-y\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}=a, \frac{y-x\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}=b,\ a,\ b\in R,$ tada je x^2-y^2 jednako:

$A.\ a+b$ $B.\ a-b$ $C.\ a^2+b^2$ $D.\ a^2-b^2$

Rješenje 127

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n} \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

$$\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n} \quad , \quad \left.\begin{array}{l} a=b \\ c=d \end{array}\right\} \Rightarrow a-c=b-d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{x-y\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}=a \\ \frac{y-x\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}=b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{x-y\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}=a \;/^2 \\ \frac{y-x\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}=b \;/^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \left(\frac{x-y\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}\right)^2=a^2 \\ \left(\frac{y-x\cdot\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{1-x^2+y^2}}\right)^2=b^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{\left(x-y\cdot\sqrt{x^2-y^2}\right)^2}{\left(\sqrt{1-x^2+y^2}\right)^2}&=a^2 \\ \frac{\left(y-x\cdot\sqrt{x^2-y^2}\right)^2}{\left(\sqrt{1-x^2+y^2}\right)^2}&=b^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{x^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+\left(y\cdot\sqrt{x^2-y^2}\right)^2}{1-x^2+y^2}&=a^2 \\ \frac{y^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+\left(x\cdot\sqrt{x^2-y^2}\right)^2}{1-x^2+y^2}&=b^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{x^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+y^2\cdot\left(\sqrt{x^2-y^2}\right)^2}{1-x^2+y^2}&=a^2 \\ \frac{y^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+x^2\cdot\left(\sqrt{x^2-y^2}\right)^2}{1-x^2+y^2}&=b^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{x^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}&=a^2 \\ \frac{y^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}&=b^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix}\text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe}\end{matrix}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}-\frac{y^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)-\left(y^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)-y^2+2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}-x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)-y^2+2\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{x^2-y^2}-x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)-y^2-x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-y^2-x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left(x^2-y^2\right)-x^2\cdot\left(x^2-y^2\right)+y^2\cdot\left(x^2-y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left(x^2-y^2\right)\cdot\left(1-x^2+y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow \frac{\left(x^2-y^2\right)\cdot\left(1-x^2+y^2\right)}{1-x^2+y^2}=a^2-b^2 \Rightarrow x^2-y^2=a^2-b^2.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 127

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 128 (Vesna, ekonomska škola)

Razred od 26 učenika bio je na izletu. Cijena toga izleta po učeniku iznosila je 2100 kn za plaćanje na rate, 1995 kn za jednokratno plaćanje. Razred je izlet ukupno platio 52185 kn. Koliko je učenika toga razreda izlet platilo jednokratno?

Rješenje 128

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Neka je:

- x broj učenika koji plaćaju na rate
- y broj učenika koji plaćaju jednokratno.

U razredu je 26 učenika pa vrijedi jednadžba:

$$x+y=26.$$

Izlet je ukupno plaćen 52185 kn pri čemu je cijena za plaćanje na rate 2100 kn, a za jednokratno plaćanje 1995 kn po učeniku. Zato je valjana jednadžba:

$$2100\cdot x+1995\cdot y=52185.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo y.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=26 \\ 2100\cdot x+1995\cdot y=52185 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda zamjene,} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=26-y \\ 2100\cdot x+1995\cdot y=52185 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2100\cdot(26-y)+1995\cdot y=52185 \Rightarrow 54\,600-2100\cdot y+1995\cdot y=52185 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2100\cdot y+1995\cdot y=52185-54\,600 \Rightarrow -105\cdot y=-2\,415 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -105\cdot y=-2\,415 \;/:(-105) \Rightarrow y=23.$$

2.inačica

U razredu je 26 učenika. Neka je x broj učenika koji plaćaju jednokratno. Tada je 26 – x broj učenika koji plaćaju na rate.

Izlet je ukupno plaćen 52185 kn pri čemu je cijena za plaćanje na rate 2100 kn, a za jednokratno plaćanje 1995 kn po učeniku. Vrijedi jednadžba:

$$2100\cdot(26-x)+1995\cdot x=52185 \Rightarrow 54\,600-2100\cdot x+1995\cdot x=52185 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2100\cdot x+1995\cdot x=52185-54\,600 \Rightarrow -105\cdot x=-2\,415 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -105\cdot x=-2\,415 \;/:(-105) \Rightarrow x=23.$$

Vježba 128

Razred od 26 učenika bio je na izletu. Cijena toga izleta po učeniku iznosila je 2100 kn za plaćanje na rate, 1995 kn za jednokratno plaćanje. Razred je izlet ukupno platio 52185 kn. Koliko je učenika toga razreda izlet platilo na rate?

Rezultat: 3.

Zadatak 129 (Siniša, ekonomska škola)

Marko ima 16 novčanica i njihova je ukupna vrijednost 250 kn. Neke od novčanica imaju vrijednost 10 kn, a sve ostale 20 kn. Za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn?

$A.$ za $90\ kn$ $B.$ za $100\ kn$ $C.$ za $110\ kn$ $D.$ za $120\ kn$

Rješenje 129

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Neka je:

- x broj novčanica koje imaju vrijednost 10 kn
- y broj novčanica koje imaju vrijednost 20 kn.

Marko ima ukupno 16 novčanica. Slijedi jednadžba:

$$x+y=16.$$

Ukupna vrijednost:

- svih novčanica od 10 kn je 10 · x
- svih novčanica od 20 kn je 20 · y.

Njihova je ukupna vrijednost 250 kn pa pišemo jednadžbu:

$$10\cdot x+20\cdot y=250 \Rightarrow 10\cdot x+20\cdot y=250\ /:10 \Rightarrow x+2\cdot y=25.$$

Dobije se sustav jednadžba:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=16 \\ x+2\cdot y=25 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=16\ /\cdot(-1) \\ x+2\cdot y=25 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x-y=-16 \\ x+2\cdot y=25 \end{array}\right\} \Rightarrow y=9.$$

Računamo x.

$$\left.\begin{array}{l} y=9 \\ x+y=16 \end{array}\right\} \Rightarrow x+9=16 \Rightarrow x=16-9 \Rightarrow x=7.$$

Računamo za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn.

$$20\cdot y-10\cdot x=20\cdot 9-10\cdot 7=180-70=110\ kn.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

Neka je x broj novčanica koje imaju vrijednost 10 kn. Tada je 16 – x broj novčanica koje imaju vrijednost 20 kn jer Marko ima ukupno 16 novčanica.

Ukupna vrijednost:

- svih novčanica od 10 kn je 10 · x
- svih novčanica od 20 kn je 20 · (16 – x).

Njihova je ukupna vrijednost 250 kn pa pišemo jednadžbu:

$$10\cdot x+20\cdot(16-x)=250 \Rightarrow 10\cdot x+20\cdot(16-x)=250\ /:10 \Rightarrow x+2\cdot(16-x)=25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+32-2\cdot x=25 \Rightarrow x-2\cdot x=25-32 \Rightarrow -x=-7 \Rightarrow -x=-7\ /\cdot(-1) \Rightarrow x=7.$$

Računamo za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn.

$$20\cdot(16-x)-10\cdot x=[\,x=7\,]=20\cdot(16-7)-10\cdot 7=20\cdot 9-70=180-70=110\ kn.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 129

Marko ima 14 novčanica i njihova je ukupna vrijednost 210 kn. neke od novčanica imaju vrijednost 10 kn, a sve ostale 20 kn. Za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn?

$A.$ za $60\ kn$ $\quad B.$ za $70\ kn$ $\quad C.$ za $80\ kn$ $\quad D.$ za $90\ kn$

Rezultat: B.

Zadatak 130 (Ana, ekonomska škola)

Pomiješa li se 16 L toplije vode s 4 L hladnije, temperatura smjese je 66 ºC. Pomiješa li se 14 L toplije vode s 6 L hladnije, temperatura smjese je 59 ºC. Kolika je temperatura toplije, a kolika hladnije vode?

Rješenje 130

Ponovimo!

$$-a+a=0.$$

Neka je x temperatura toplije vode, a y hladnije vode. Iz uvjeta zadatka dobiju se dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice.

$$\left.\begin{array}{l}16\cdot x+4\cdot y=(16+4)\cdot 66\\ 14\cdot x+6\cdot y=(14+6)\cdot 59\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}16\cdot x+4\cdot y=20\cdot 66\\ 14\cdot x+6\cdot y=20\cdot 59\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}16\cdot x+4\cdot y=1320\\ 14\cdot x+6\cdot y=1180\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}16\cdot x+4\cdot y=1320\ /:4\\ 14\cdot x+6\cdot y=1180\ /:2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}4\cdot x+y=330\\ 7\cdot x+3\cdot y=590\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{metoda suprotnih}\\ \text{koeficijenata}\end{array}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}4\cdot x+y=330\ /\cdot(-3)\\ 7\cdot x+3\cdot y=590\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-12\cdot x-3\cdot y=-990\\ 7\cdot x+3\cdot y=590\end{array}\right\}\Rightarrow -5\cdot x=-400\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5\cdot x=-400\ /:(-5)\Rightarrow x=80\Rightarrow 80\ ^{\circ}C\ \text{toplija voda}.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{array}{l}x=80\\ 4\cdot x+y=330\end{array}\right\}\Rightarrow 4\cdot 80+y=330\Rightarrow 320+y=330\Rightarrow y=330-320\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=10\Rightarrow 10\ ^{\circ}C\ \text{hladnija voda}.$$

Vježba 130

Pomiješa li se 8 L toplije vode s 2 L hladnije, temperatura smjese je 66 ºC. Pomiješa li se 7 L toplije vode s 3 L hladnije, temperatura smjese je 59 ºC. Kolika je temperatura toplije, a kolika hladnije vode?

Rezultat: 80 ºC toplija voda, 10 ºC hladnija voda.

Zadatak 131 (Katarina, ekonomska škola)

Temperatura T(t) izražena u ºC mijenja se prema formuli $T(t)=A\cdot\cos(B\cdot t+C)+D,$ gdje je t vrijeme u satima. Kolike su vrijednosti parametara A i D ako je maksimalna temperatura 29 ºC, minimalna 13 ºC, A < 0?

$A.\ A=-16,\ D=21$ $\quad B.\ A=-16,\ D=45$

$C.\ A=-8,\ D=21$ $\quad D.\ A=-8,\ D=45$

Rješenje 131

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Funkcija cos x ima:

- maksimum cos x = 1
- minimum cos x = – 1.

Budući da je A < 0 (uvjet), funkcija T imat će:

- maksimalnu vrijednost za $\cos(B \cdot t + C) = -1$ pa vrijedi jednadžba

$$A \cdot (-1) + D = 29 \Rightarrow -A + D = 29$$

- minimalnu vrijednost za $\cos(B \cdot t + C) = 1$ pa vrijedi jednadžba

$$A \cdot 1 + D = 13 \Rightarrow A + D = 13.$$

Iz sustava jednadžba dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} -A + D = 29 \\ A + D = 13 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow 2 \cdot D = 42 \Rightarrow 2 \cdot D = 42 \;/:2 \Rightarrow D = 21.$$

Računamo A.

$$\left.\begin{array}{l} A = 21 \\ A + D = 13 \end{array}\right\} \Rightarrow A + 21 = 13 \Rightarrow A = 13 - 21 \Rightarrow A = -8.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 131

Temperatura T(t) izražena u ºC mijenja se prema formuli $T(t) = A \cdot \cos(B \cdot t + C) + D,$ gdje je t vrijeme u satima. Kolike su vrijednosti parametara A i D ako je maksimalna vrijednost 29 ºC, minimalna 13 ºC, A > 0?

$$A.\ A = 16,\ D = 21 \qquad B.\ A = 16,\ D = 45$$
$$C.\ A = 8,\ D = 21 \qquad D.\ A = 8,\ D = 45$$

Rezultat: C.

Zadatak 132 (Vesna, ekonomska škola)

Cijena C najma automobila određuje se prema formuli C = n · D + m · K, gdje je n broj dana na koji je automobil bio unajmljen, D cijena najma automobila na jedan dan, m broj prijeđenih kilometara, a K cijena jednog prijeđenog kilometra. Cijena najma automobila, koji je iznajmljen na dva dana, s prijeđenih 160 km iznosi 866 kn. Cijena najma automobila za tri dana i 120 prijeđenih kilometara iznosi 723 kn.

1) Kolika je cijena najma automobila po danu?

2) Koliko je plaćen najam automobila koji je u četiri dana prešao 240 km?

Rješenje 132

Ponovimo!

Sve je jasno!

1)

Rečenicu "Cijena najma automobila, koji je iznajmljen na dva dana, s prijeđenih 160 km iznosi 866 kn." možemo napisati kao matematički izraz (kao jednadžbu).

$$\left.\begin{array}{l} n=2 \\ m=160 \\ C=866 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\, C=n\cdot D+m\cdot K \,\right] \Rightarrow 866=2\cdot D+160\cdot K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot D+160\cdot K=866 \Rightarrow 2\cdot D+160\cdot K=866 \;/:2 \Rightarrow D+80\cdot K=433.$$

Rečenicu "Cijena najma automobila za tri dana i 120 prijeđenih kilometara iznosi 723 kn." možemo napisati kao matematički izraz (kao jednadžbu).

$$\left.\begin{array}{l} n=3 \\ m=120 \\ C=723 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\, C=n\cdot D+m\cdot K \,\right] \Rightarrow 723=3\cdot D+120\cdot K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot D+120\cdot K=723 \Rightarrow 3\cdot D+120\cdot K=723 \;/:3 \Rightarrow D+40\cdot K=241.$$

Dobili smo sustav jednadžba.

$$\left.\begin{array}{l} D+80\cdot K=433 \\ D+40\cdot K=241 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} D+80\cdot K=433 \\ D+40\cdot K=241 \;/\cdot(-1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} D+80\cdot K=433 \\ -D-40\cdot K=-241 \end{array}\right\} \Rightarrow 40\cdot K=192 \Rightarrow 40\cdot K=192 \;/:40 \Rightarrow K=4.8.$$

Računamo D.

$$\left.\begin{array}{l} K=4.8 \\ D+40\cdot K=241 \end{array}\right\} \Rightarrow D+40\cdot 4.8=241 \Rightarrow D+192=241 \Rightarrow D=241-192 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D=49 \;kn \;\text{cijena najma po danu}.$$

2)

Najam automobila koji je u četiri dana prešao 240 km iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} n=4 \\ m=240 \\ D=49 \\ K=4.80 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\, C=n\cdot D+m\cdot K \,\right] \Rightarrow C=4\cdot 49+240\cdot 4.80 \Rightarrow C=1348 \;kn.$$

Vježba 132

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 133 (Mira, ekonomska škola)

Riješite nejednadžbu $(2\cdot x-1)^2+3\cdot(2\cdot x-1)+2>0$ i napišite rješenja uz pomoć intervala.

Rješenje 133

Ponovimo!

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n \quad , \quad a^1=a \quad , \quad a^n:a^m=a^{n-m}.$$

$$a>b \;,\; c>0 \Rightarrow \frac{a}{c}>\frac{b}{c} \quad , \quad a<b \;,\; c>0 \Rightarrow \frac{a}{c}<\frac{b}{c}.$$

$$a\cdot b>0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a>0 \\ b>0 \end{array}\right\} \text{ ili } \left.\begin{array}{l} a<0 \\ b<0 \end{array}\right\}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skup zadajemo nabrajanjem njegovih elemenata ili opisom karakterističnih svojstava koja posjeduju njegovi elementi.

Unija skupova A i B je skup koji sadrži sve elemente koji se nalaze u skupu A i sve elemente koji se nalaze u skupu B. Označavamo ga $A\bigcup B$.

Presjek skupova A i B je skup koji sadrži sve elemente koji se nalaze i u skupu A i u skupu B. Označavamo ga $A\bigcap B$.

Preoblikujemo nejednadžbu.

$$(2\cdot x-1)^2+3\cdot(2\cdot x-1)+2>0 \Rightarrow (2\cdot x)^2-2\cdot 2\cdot x\cdot 1+1^2+6\cdot x-3+2>0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot x^2-4\cdot x+1+6\cdot x-3+2>0 \Rightarrow 4\cdot x^2-4\cdot x+1+6\cdot x-3+2>0 \Rightarrow 4\cdot x^2-4\cdot x+6\cdot x>0 \Rightarrow$$

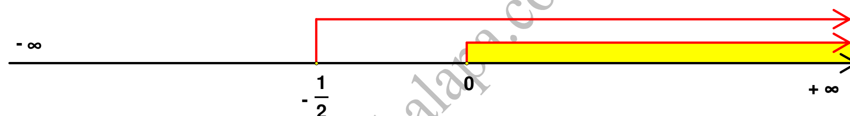
$$\Rightarrow 4\cdot x^2+2\cdot x>0 \Rightarrow 4\cdot x^2+2\cdot x>0 \ /:2 \Rightarrow 2\cdot x^2+x>0 \Rightarrow x\cdot(2\cdot x+1)>0.$$

Umnožak je pozitivan ako su oba faktora pozitivna ili oba negativna.

Prvi slučaj

$$x\cdot(2\cdot x+1)>0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x>0 \\ 2\cdot x+1>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x>0 \\ 2\cdot x>-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x>0 \\ 2\cdot x>-1 \ /:2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x>0 \\ x>-\frac{1}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

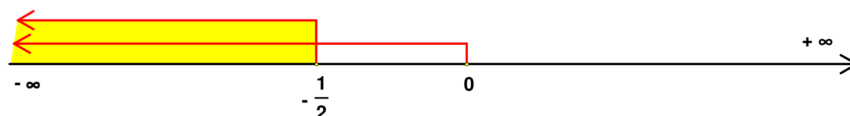
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{zajednički} \\ \text{presjek} \end{bmatrix} \Rightarrow x>0 \Rightarrow x\in\left\langle 0, +\infty\right\rangle.$$



Drugi slučaj

$$x\cdot(2\cdot x+1)>0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x<0 \\ 2\cdot x+1<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x<0 \\ 2\cdot x<-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x<0 \\ 2\cdot x<-1 \ /:2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x<0 \\ x<-\frac{1}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{zajednički} \\ \text{presjek} \end{bmatrix} \Rightarrow x<-\frac{1}{2} \Rightarrow x\in\left\langle -\infty, -\frac{1}{2}\right\rangle.$$



Rješenje zadane nejednadžbe je unija intervala (skupova).

$$x\in\left\langle -\infty, -\frac{1}{2}\right\rangle \bigcup \left\langle 0, +\infty\right\rangle.$$

Vježba 133

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 134 (Mira, ekonomska škola)

Riješite sustav jednadžba $\begin{cases} \log(3\cdot x+z)=1 \\ 5^{x-y}=0.04 \\ y+3\cdot z=0 \end{cases}$.

Rješenje 134

Ponovimo!

$$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}} \quad , \quad a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x).$$

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^{c} \ \rightarrow \qquad a=b^{c}$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x=\log x.$$

$$\log 10=1 \quad , \quad \log f(x)=\log g(x) \Rightarrow f(x)=g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}, \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Decimalni broj piše se u obliku decimalnog razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadska jedinica (10, 100, 1000, 10000, 100000, …) koja ima toliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka na decimalnom mjestu, tj. iza decimalne točke ili decimalnog zareza).
Najprije preoblikujemo prve dvije jednadžbe sustava (napišemo njima ekvivalente jednadžbe):

- $\log(3\cdot x+z)=1 \Rightarrow \log(3\cdot x+z)=\log 10 \Rightarrow 3\cdot x+z=10$
- $5^{x-y}=0.04 \Rightarrow 5^{x-y}=\frac{4}{100} \Rightarrow 5^{x-y}=\frac{4}{100} \Rightarrow 5^{x-y}=\frac{1}{25} \Rightarrow 5^{x-y}=\frac{1}{5^{2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5^{x-y}=5^{-2} \Rightarrow x-y=-2.$$

Sada imamo sustav od tri linearne jednadžbe s tri nepoznanice:

$$\left.\begin{matrix} 3\cdot x+z=10 \\ x-y=-2 \\ y+3\cdot z=0 \end{matrix}\right\}.$$

Treba riješiti ovaj sustav! Prava sitnica! Pokažimo tri načina. Ako želite i sami nađite još neki.

1.inačica

$$\left.\begin{matrix} 3\cdot x+z=10 \\ x-y=-2 \\ y+3\cdot z=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} z=10-3\cdot x \ \text{uvrstimo u drugu i treću jednadžbu} \\ x-y=-2 \\ y+3\cdot z=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} x-y&=-2 \\ y+3\cdot(10-3\cdot x)&=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x-y&=-2 \\ y+30-9\cdot x&=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x-y&=-2 \\ -9\cdot x+y&=-30 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{matrix}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -8\cdot x=-32 \Rightarrow -8\cdot x=-32 \;/:(-8) \Rightarrow x=4.$$

Računamo y i z.

$$\left.\begin{aligned} x&=4 \\ x-y&=-2 \\ z&=10-3\cdot x \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 4-y&=-2 \\ z&=10-3\cdot 4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -y&=-2-4 \\ z&=10-12 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -y&=-6 \\ z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -y&=-6 \;/\cdot(-1) \\ z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} y&=6 \\ z&=-2 \end{aligned}\right\}.$$

Rješenje sustava glasi:

$$(x,\ y,\ z)=(4,\ 6,\ -2).$$

2.inačica

$$\left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x-y&=-2 \\ y+3\cdot z&=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{zbrojim drugu i} \\ \text{treću jednadžbu} \end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x-y+y+3\cdot z&=-2+0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x-y+y+3\cdot z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x+3\cdot z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \;/\cdot(-3) \\ x+3\cdot z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -9\cdot x-3\cdot z&=-30 \\ x+3\cdot z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -8\cdot x=-32 \Rightarrow -8\cdot x=-32 \;/:(-8) \Rightarrow x=4.$$

Računamo y i z.

$$\left.\begin{aligned} x&=4 \\ x-y&=-2 \\ 3\cdot x+z&=10 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 4-y&=-2 \\ 3\cdot 4+z&=10 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -y&=-2-4 \\ 12+z&=10 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -y&=-6 \\ z&=10-12 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -y&=-6 \;/\cdot(-1) \\ z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} y&=6 \\ z&=-2 \end{aligned}\right\}.$$

Rješenje sustava glasi:

$$(x,\ y,\ z)=(4,\ 6,\ -2).$$

3.inačica

$$\left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x-y&=-2 \\ y+3\cdot z&=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{zbrojimo sve} \\ \text{tri jednadžbe} \end{matrix}\right] \Rightarrow 3\cdot x+z+x-y+y+3\cdot z=10-2+0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot x+z+x-y+y+3\cdot z=8 \Rightarrow 3\cdot x+z+x+3\cdot z=8 \Rightarrow 4\cdot x+4\cdot z=8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot x+4\cdot z=8 \;/:4 \Rightarrow x+z=2.$$

Promatramo sustav

$$\left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x+z&=2 \end{aligned}\right\}.$$

$$\left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x+z&=2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ x+z&=2 \;/\cdot(-1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 3\cdot x+z&=10 \\ -x-z&=-2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x=8 \Rightarrow 2\cdot x=8 \;/:2 \Rightarrow x=4.$$

Računamo y i z.

$$\left.\begin{array}{l} x=4 \\ x-y=-2 \\ x+z=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4-y=-2 \\ 4+z=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -y=-2-4 \\ z=2-4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -y=-6 \\ z=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -y=-6 \;/\cdot(-1) \\ z=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=6 \\ z=-2 \end{array}\right\}.$$

Rješenje sustava glasi:

$$(x,\ y,\ z)=(4,\ 6,\ -2).$$

Vježba 134

Riješite sustav jednadžba $\left\{\begin{array}{l} \log(3\cdot x+z)=1 \\ 10^{x-y}=0.01 \\ y+3\cdot z=0 \end{array}\right.$.

Rezultat: $(x,\ y,\ z)=(4,\ 6,\ -2).$

Zadatak 135 (Lucija, ekonomska škola)

U pet posuda nalazi se ukupno 200 bombona. U prvoj i drugoj posudi zajedno nalazi se 104 bombona, u drugoj i trećoj 86 bombona, u trećoj i četvrtoj 60 bombona, a u četvrtoj i petoj 54 bombona. Koliko je bombona u prvoj posudi?

Rješenje 135

Ponovimo!

$$\left.\begin{array}{l} a=b \\ c=d \end{array}\right\} \Rightarrow a+c=b+d \quad , \quad \left.\begin{array}{l} a=b \\ c=d \end{array}\right\} \Rightarrow a-c=b-d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Neka je x_1, x_2, x_3, x_4 i x_5 broj bombona u prvoj, drugoj, trećoj, četvrtoj i petoj posudi. Iz zadanih podataka dobije se sustav jednadžba.

$$\left.\begin{array}{l} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=200 \\ x_1+x_2=104 \\ x_2+x_3=86 \\ x_3+x_4=60 \\ x_4+x_5=54 \end{array}\right\}.$$

Iz sustava jednadžba dobijemo:

$$\left.\begin{array}{l} x_2+x_3=86 \\ x_3+x_4=60 \\ x_4+x_5=54 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow x_2+x_3+x_3+x_4+x_4+x_5=86+60+54 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2+2\cdot x_3+2\cdot x_4+x_5=200.$$

Promatrajmo sustav jednadžba:

$$\left.\begin{array}{l} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=200 \\ x_2+2\cdot x_3+2\cdot x_4+x_5=200 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4+x_5-\left(x_2+2\cdot x_3+2\cdot x_4+x_5\right)=200-200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4+x_5-x_2-2\cdot x_3-2\cdot x_4-x_5=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4+x_5-x_2-2\cdot x_3-2\cdot x_4-x_5=0 \Rightarrow x_1+x_3+x_4-2\cdot x_3-2\cdot x_4=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1-x_3-x_4=0 \Rightarrow x_1=x_3+x_4.$$

Iz sljedećeg sustava izračunamo x_1.

$$\left.\begin{array}{l} x_3+x_4=60 \\ x_1=x_3+x_4 \end{array}\right\} \Rightarrow x_1=60.$$

2.inačica

Neka je x_1, x_2, x_3, x_4 i x_5 broj bombona u prvoj, drugoj, trećoj, četvrtoj i petoj posudi. Iz zadanih podataka dobije se sustav jednadžba.

$$\left.\begin{array}{l} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=200 \\ x_1+x_2=104 \\ x_2+x_3=86 \\ x_3+x_4=60 \\ x_4+x_5=54 \end{array}\right\} \Rightarrow x_1+\left(x_2+x_3\right)+\left(x_4+x_5\right)=200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1+86+54=200 \Rightarrow x_1=200-86-54 \Rightarrow x_1=60.$$

Vježba 135

U pet posuda nalazi se ukupno 165 bombona. U prvoj i drugoj posudi zajedno nalazi se 33 bombona, u drugoj i trećoj 55 bombona, u trećoj i četvrtoj 77 bombona, a u četvrtoj i petoj 99 bombona. Koliko je bombona u prvoj posudi?

Rezultat: 11.

Zadatak 136 (Vicka, ekonomska škola)

U četirima kombijima i šest autobusa ima ukupno 356 sjedala, a u dvama kombijima i osam autobusa 448 sjedala. Za koliko je više sjedala u autobusu nego u kombiju. Napomena: Svi autobusi imaju jednaki broj sjedala i svi kombiji imaju jednaki broj sjedala.

Rješenje 136

Ponovimo!

Sve je jasno!

Neka je:

 x broj sjedala u kombiju

 y broj sjedala u autobusu.

Rečenicu "U četirima kombijima i šest autobusa ima ukupno 356 sjedala, …" zapišimo u obliku jednadžbe.

$$4\cdot x+6\cdot y=356.$$

Rečenicu "…, a u dvama kombijima i osam autobusa ima 448 sjedala." zapišimo u obliku jednadžbe.

$$2\cdot x+8\cdot y=448.$$

Riješimo sustav jednadžbe.

$$\left.\begin{array}{l} 4\cdot x+6\cdot y=356 \\ 2\cdot x+8\cdot y=448 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4\cdot x+6\cdot y=356 \;/:(-2) \\ 2\cdot x+8\cdot y=448 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2\cdot x-3\cdot y=-178 \\ 2\cdot x+8\cdot y=448 \end{array}\right\} \Rightarrow 5\cdot y=270 \Rightarrow 5\cdot y=270 \;/:5 \Rightarrow y=54.$$

Računamo x.

$$\left.\begin{array}{l} y=5 \\ 2\cdot x+8\cdot y=448 \end{array}\right\} \Rightarrow 2\cdot x+8\cdot 54=448 \Rightarrow 2\cdot x+432=448 \Rightarrow 2\cdot x=448-432 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x=16 \Rightarrow 2\cdot x=16 \;/:2 \Rightarrow x=8.$$

U autobusu je 46 sjedala više nego u kombiju.

$$y-x=54-8=46.$$

Vježba 136

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 137 (Anita, ekonomska škola)

Zlatar raspolaže s dvije smjese. Prva sadrži 40% zlata, a druga 60%. Koliko grama svake smjese mora zlatar pomiješati da bi dobio 20 grama smjese s 52% zlata?

Rješenje 137

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.
Na primjer,

$$9\,\%=\frac{9}{100} \quad , \quad 81\,\%=\frac{81}{100} \quad , \quad 4.5\,\%=\frac{4.5}{100} \quad , \quad 547\,\%=\frac{547}{100} \quad , \quad p\,\%=\frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{p}{100}\cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Neka je:

- x količina prve smjese
- y količina druge smjese.

Rečenicu "Koliko grama svake smjese mora zlatar pomiješati da bi dobio 20 grama smjese …" zapišemo u obliku jednadžbe.

$$x+y=20.$$

Rečenicu "Prva sadrži 40% zlata, a druga 60% … da bi dobio 20 grama smjese s 52% zlata?" zapišemo u obliku jednadžbe.

$$\frac{40}{100}\cdot x+\frac{60}{100}\cdot y=\frac{52}{100}\cdot(x+y) \Rightarrow \frac{40}{100}\cdot x+\frac{60}{100}\cdot y=\frac{52}{100}\cdot(x+y) \;/\cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40\cdot x+60\cdot y=52\cdot(x+y) \Rightarrow 40\cdot x+60\cdot y=52\cdot(x+y) \;/:4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\cdot x+15\cdot y=13\cdot(x+y) \Rightarrow 10\cdot x+15\cdot y=13\cdot x+13\cdot y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 10\cdot x+15\cdot y-13\cdot x-13\cdot y\ \Rightarrow\ -3\cdot x+2\cdot y=0.$$

Riješimo sustav jednadžba.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=20 \\ -3\cdot x+2\cdot y=0 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left[\begin{array}{l}\text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata}\end{array}\right]\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x+y=20\ /\cdot 3 \\ -3\cdot x+2\cdot y=0 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} 3\cdot x+3\cdot y=60 \\ -3\cdot x+2\cdot y=0 \end{array}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 5\cdot y=60\ \Rightarrow\ 5\cdot y=60\ /:5\ \Rightarrow\ y=12\text{ grama.}$$

Računamo x.

$$\left.\begin{array}{l} y=12 \\ x+y=20 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ x+12=20\ \Rightarrow\ x=20-12\ \Rightarrow\ x=8\text{ grama.}$$

2.inačica

Neka je:

- x količina prve smjese
- y količina druge smjese.

Rečenicu "Koliko grama svake smjese mora zlatar pomiješati da bi dobio 20 grama smjese …" zapišemo u obliku jednadžbe.

$$x+y=20.$$

Rečenicu "Prva sadrži 40% zlata, a druga 60% … da bi dobio 20 grama smjese s 52% zlata?" zapišemo u obliku jednadžbe.

$$\frac{40}{100}\cdot x+\frac{60}{100}\cdot y=\frac{52}{100}\cdot 20\ \Rightarrow\ \frac{40}{100}\cdot x+\frac{60}{100}\cdot y=\frac{52}{100}\cdot 20\ /\cdot 100\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 40\cdot x+60\cdot y=52\cdot 20\ \Rightarrow\ 40\cdot x+60\cdot y=52\cdot 20\ /:20\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot x+3\cdot y=52.$$

Riješimo sustav jednadžba.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=20 \\ 2\cdot x+3\cdot y=52 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left[\begin{array}{l}\text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata}\end{array}\right]\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x+y=20\ /\cdot(-2) \\ 2\cdot x+3\cdot y=52 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} -2\cdot x-2\cdot y=-40 \\ 2\cdot x+3\cdot y=52 \end{array}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ y=12\text{ grama.}$$

Računamo x.

$$\left.\begin{array}{l} y=12 \\ x+y=20 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ x+12=20\ \Rightarrow\ x=20-12\ \Rightarrow\ x=8\text{ grama.}$$

3.inačica

Neka je x količina prve smjese. Budući da je ukupno 20 grama smjese, druge smjese bit će 20 – x. Sada napišemo jednadžbu.

$$\frac{40}{100}\cdot x+\frac{60}{100}\cdot(20-x)=\frac{52}{100}\cdot 20\ \Rightarrow\ \frac{40}{100}\cdot x+\frac{60}{100}\cdot(20-x)=\frac{52}{100}\cdot 20\ /\cdot 100\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 40\cdot x+60\cdot(20-x)=52\cdot 20\ \Rightarrow\ 40\cdot x+60\cdot(20-x)=52\cdot 20\ /:20\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot x+3\cdot(20-x)=52\ \Rightarrow\ 2\cdot x+60-3\cdot x=52\ \Rightarrow\ 2\cdot x-3\cdot x=52-60\ \Rightarrow\ -x=-8\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -x=-8\ \Rightarrow\ -x=-8\ /\cdot(-1)\ \Rightarrow\ x=8\text{ grama.}$$

Druge smjese treba:

$$20-x=20-8=12\text{ grama.}$$

Vježba 137

Zlatar raspolaže s dvije smjese. Prva sadrži 40% zlata, a druga 60%. Koliko grama svake smjese mora zlatar pomiješati da bi dobio 40 grama smjese s 52% zlata?

Rezultat: x = 16 grama, y = 24 grama.

Zadatak 138 (Mario, ekonomska škola)

Riješite sustav linearnih jednadžba metodom suprotnih koeficijenata, metodom zamjene (supstitucije) i metodom uspoređivanja (komparacije)

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x+3}{2}-\frac{y-1}{3}=3\\ \frac{x-1}{4}+\frac{x+2}{3}=3\end{array}\right\}.$$

Rješenje 138

Ponovimo!

$$\left.\begin{array}{l}a=b\\ c=d\end{array}\right\} \Rightarrow a+c=b+d.$$

Dva različita broja koji imaju jednake module zovemo suprotni brojevi. Njihov zbroj je nula.

$$-a+a=a-a=0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Najmanji zajednički nazivnik je najmanji prirodni broj koji može biti zajednički nazivnik dvaju ili više zadanih razlomaka.

Sustav preoblikujemo u jednostavniji oblik tako da se najprije riješimo razlomaka. Svaku jednadžbu pomnožimo s najmanjim zajedničkim nazivnikom.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x+3}{2}-\frac{y-1}{3}=3\\ \frac{x-1}{4}+\frac{y+2}{3}=3\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{x+3}{2}-\frac{y-1}{3}=3\ /\cdot 6\\ \frac{x-1}{4}+\frac{y+2}{3}=3\ /\cdot 12\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}3\cdot(x+3)-2\cdot(y-1)=18\\ 3\cdot(x-1)+4\cdot(y+2)=36\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}3\cdot x+9-2\cdot y+2=18\\ 3\cdot x-3+4\cdot y+8=36\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=18-9-2\\ 3\cdot x+4\cdot y=36+3-8\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=7\\ 3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\}.$$



Metoda suprotnih koeficijenata

$$\left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=7\\ 3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\} \quad , \quad \left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=7\\ 3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\}.$$

Uz nepoznanicu x koeficijent u:

- prvoj jednadžbi je 3
- drugoj jednadžbi je 3.

Uz nepoznanicu y koeficijent u:

- prvoj jednadžbi je – 2
- drugoj jednadžbi je 4.

Pomnožimo prvu jednadžbu s – 1, tako da koeficijenti uz nepoznanicu x budu suprotni brojevi – 3 i 3. Zatim jednadžbe zbrojimo i dobijemo jednu jednadžbu s jednom nepoznanicom, y.

$$\left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=7\\ 3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=7\ /\cdot(-1)\\ 3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}-3\cdot x+2\cdot y=-7\\ 3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\} \Rightarrow 6\cdot y=24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6\cdot y=24\ /:6 \Rightarrow y=4.$$

Izračunamo nepoznanicu x.

$$\left.\begin{array}{l}y=4\\ 3\cdot x-2\cdot y=7\end{array}\right\} \Rightarrow 3\cdot x-2\cdot 4=7 \Rightarrow 3\cdot x-8=7 \Rightarrow 3\cdot x=7+8 \Rightarrow 3\cdot x=15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot x=15\ /:3 \Rightarrow x=5.$$

Rješenje sustava je uređen par

$$(x,\ y)=(5,\ 4).$$



Metoda zamjene (supstitucije)

Iz jedne jednadžbe sustava (na primjer prve) izrazimo jednu nepoznanicu (na primjer x ili u našem slučaju još je bolje 3 · x) i zatim je uvrstimo (supstituiramo) u drugu jednadžbu.

$$\left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=7\\3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}3\cdot x=7+2\cdot y\\3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\}\Rightarrow 7+2\cdot y+4\cdot y=31\Rightarrow 2\cdot y+4\cdot y=31-7\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6\cdot y=24\Rightarrow 6\cdot y=24\ /:6\Rightarrow y=4.$$

Izračunamo nepoznanicu x.

$$\left.\begin{array}{l}y=4\\3\cdot x=7+2\cdot y\end{array}\right\}\Rightarrow 3\cdot x=7+2\cdot 4\Rightarrow 3\cdot x=7+8\Rightarrow 3\cdot x=15\Rightarrow 3\cdot x=15\ /:3\Rightarrow x=5.$$

Rješenje sustava je uređen par

$$(x,\ y)=(5,\ 4).$$



Metoda uspoređivanja (komparacije)

Iz jedne i druge jednadžbe izrazimo istu nepoznanicu (na primjer x ili u našem slučaju još je bolje 3 · x) i onda dobivene izraze izjednačimo.

$$\left.\begin{array}{l}3\cdot x-2\cdot y=7\\3\cdot x+4\cdot y=31\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}3\cdot x=7+2\cdot y\\3\cdot x=31-4\cdot y\end{array}\right\}\Rightarrow 7+2\cdot y=31-4\cdot y\Rightarrow 2\cdot y+4\cdot y=31-7\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6\cdot y=24\Rightarrow 6\cdot y=24\ /:6\Rightarrow y=4.$$

Izračunamo nepoznanicu x.

$$\left.\begin{array}{l}y=4\\3\cdot x=7+2\cdot y\end{array}\right\}\Rightarrow 3\cdot x=7+2\cdot 4\Rightarrow 3\cdot x=7+8\Rightarrow 3\cdot x=15\Rightarrow 3\cdot x=15\ /:3\Rightarrow x=5.$$

Rješenje sustava je uređen par

$$(x,\ y)=(5,\ 4).$$

Vježba 138

Riješite sustav linearnih jednadžba metodom suprotnih koeficijenata, metodom zamjene (supstitucije) i metodom uspoređivanja (komparacije)

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x+y}{3}+\dfrac{x-y}{5}=0\\[2mm]\dfrac{2\cdot x+y}{2}-\dfrac{x-2\cdot y}{3}=4\end{array}\right\}.$$

Rezultat: $(x,\ y)=(-1,\ 4).$

Zadatak 139 (Nikola, ekonomska škola)

U sustavu jednadžba $\left\{\begin{array}{l}x=2\cdot y+4\\y=2\cdot x+7\end{array}\right.$ izračunajte nepoznanicu x.

Rješenje 139

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\left.\begin{array}{l} x=2\cdot y+4 \\ y=2\cdot x+7 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array}\right] \Rightarrow x=2\cdot(2\cdot x+7)+4 \Rightarrow x=4\cdot x+14+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-4\cdot x=14+4 \Rightarrow -3\cdot x=18 \Rightarrow -3\cdot x=18 \;/:(-3) \Rightarrow x=-6.$$

Vježba 139

U sustavu jednadžba $\left\{\begin{array}{l} x=2\cdot y+1 \\ y=2\cdot x-8 \end{array}\right.$ izračunajte nepoznanicu x.

Rezultat: x = 5.

Zadatak 140 (Luka, gimnazija)

Riješi jednadžbu $x^2 - y^2 = 1987$ u skupu cijelih brojeva.

Rješenje 140

Ponovimo!

$$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b).$$

Cijeli brojevi jesu brojevi:

$$..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...$$

Oni čine skup cijelih brojeva koji označavamo slovom Z, a zapisujemo kao

$$Z=\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\} \quad \text{ili} \quad Z=\{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ...\}.$$

Prosti brojevi (prim – brojevi) su prirodni brojevi djeljivi bez ostatka samo s brojem 1 i sami sa sobom, a veći od broja 1.

Preoblikujemo jednadžbu.

$$x^2-y^2=1987 \Rightarrow (x-y)\cdot(x+y)=1987.$$

Primijetimo da je broj 1987 prost broj. Zato vrijedi:

$$(x-y)\cdot(x+y)=1987 \Rightarrow (x-y)\cdot(x+y)=1\cdot 1987 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=1 \\ x+y=1987 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x=1988 \Rightarrow 2\cdot x=1988 \;/:2 \Rightarrow x=994.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{array}{l} x=994 \\ x+y=1987 \end{array}\right\} \Rightarrow 994+y=1987 \Rightarrow y=1987-994 \Rightarrow y=993.$$

Rješenje je:

$$(x, y)=(994, 993).$$

Vježba 140

Odmor!

Rezultat: …